**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Выпуклые многогранники.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: элементы теории чисел, линейную алгебру, аналитическую геометрию
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

Очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  Из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «незачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. Г.М. Циглер, Теория многогранников. Пер. с англ., МЦНМО, 2015
2. А.Д. Александров, Выпуклые многогранники. Наука, Новосибирск. 2007.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Выпуклые многогранники.
2. Преподаватель - проф. Н. П. Долбилин.
3. Аннотация курса: комбинаторная теория выпуклых многогранников произвольно й размерности, внутренняя геометрия выпуклых многогранников: теоремы Минковского, Штейница, Александрова.
4. Тематическое содержание курса

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Неформальное знакомство с многогранниками, некоторые особые многогранники |
| Тема 2 | Примеры многогранников, 3-многогранники, обобшенная теорема Эйлера |
| Тема 3 | Теорема Кощи о единственности выпуклого 3-многогранника с данными гранями |
| Тема 4 | Теорема Кощи о единственности выпуклого 3-многогранника с данными гранями , обобщение на произвольную размерность |
| Тема 5 | Изгибаемые многогранники, проблема мехов, теорема Сабитова |
| Тема 6 | Многомерные конструкции, пермютоэдры, циклические многогранники |
| Тема 7 | Комбинаторика циклических многогранников, теорема «четности» |
| Тема 8 | Два подхода к определению выпуклых многогранников (полиэдр и выпуклая оболочка), «основная теорема» об их эквивалентности |
| Тема 9 | Решетка граней, Полярные многогранники, дуальность |
| Тема 10 | Простые и симплициальные многогранники. Теорема Калаи о единственности комбинаторного типа простого многогранника с данным реберным графом. |
| Тема 11 | Теорема о d-связности графа d-мерного многогранника. 3-связные графы. |
| Тема 12 | Теорема Штейница о существовании выпуклого 3-многогранника с данным графом. |
| Тема 13 | Полиэдральные комплексы, диаграммы Шлегеля |
| Тема 14 | Диаграммы Гейла и ориентированные матроиды, |
| Тема 15 | Зонотопы. Пермютоэдры, разбиения пространства |
| Тема 16 | Теорема Эйлера—Пуанкаре для выпуклых многогранников |
| Тема 17 | Внутренняя геометрия многогранника, изометричные многогранники, развертка многогранника, |
| Тема 18 | Теорема Александрова о единственности многогранника с данной разверткой |
| Тема 19 | Теорема Александрова о склеивании многогранника (существования) с данной разверткой: формулировка, примеры |
| Тема 20 | Теорема Александрова о существования выпуклого многогранника с данной разверткой: метод, лемма об отображенни |
| Тема 21 | Теорема Александрова о существовании многогранника с данной разверткой: доказательство I |
| Тема 22 | Теорема Александрова о существовании многогранника с данной разверткой: доказательство II |
| Тема 23 | Группы симметрий многогранника Правильные многогранники. Вывод правильных 3-многогранников. Идея вывода правильных многогранников произвольной размерности |
| Тема 24 | Сумма Минковского выпуклых многогранников. Смешанный объем двух многогранников |
| Тема 25 | Неравенство Брунна-Минковского |
| Тема 26 | Теорема Минковского о выпуклых многогранниках с заданными направлениями гиперграней (существование) |
| Тема 27 | Теорема Минковского о выпуклых многогранниках с заданными направлениями граней (единственность) |
| Тема 28 | Приложения теоремы Минковского. |
| Тема 29 | Параллелоэдры (многогранники разбивающие пространство своими транслятами), теорема Минковского-Венкова о параллелоэдрах |
| Тема 30 | Вывод 3-параллелоэдров. |
| Тема 31 | Множества Делоне, ассоциированные с ним разбиение Вороного и разбиение Делоне. Их дуальность. |
| Тема 32 | Гипотеза Вороного для параллелоэлров. Обзор курса. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Неформальное знакомство с многогранниками, некоторые особые многогранники.
2. Примеры многогранников, 3-многогранники, обобшенная теорема Эйлера.
3. Теорема Коши о единственности выпуклого 3-многогранника с данными гранями.
4. Теорема Кощи о единственности выпуклого 3-многогранника с данными гранями , обобщение на произвольную размерность.
5. Изгибаемые многогранники, проблема мехов, теорема Сабитова.
6. Многомерные конструкции, пермютоэдры, циклические многогранники.
7. Комбинаторика циклических многогранников, теорема «четности».
8. Два подхода к определению выпуклых многогранников (полиэдр и выпуклая оболочка), «основная теорема» об их эквивалентности.
9. Решетка граней, Полярные многогранники, дуальность.
10. Простые и симплициальные многогранники. Теорема Калаи о единственности комбинаторного типа простого многогранника с данным реберным графом.
11. Теорема о d-связности графа d-мерного многогранника. 3-связные графы.
12. Теорема Штейница о существовании выпуклого 3-многогранника с данным графом.
13. Полиэдральные комплексы, диаграммы Шлегеля.
14. Диаграммы Гейла и ориентированные матроиды,
15. Зонотопы. Пермютоэдры, разбиения пространства.
16. Теорема Эйлера—Пуанкаре для выпуклых многогранников.
17. Внутренняя геометрия многогранника, изометричные многогранники, развертка многогранника,
18. Теорема Александрова о единственности многогранника с данной разверткой.
19. Теорема Александрова о склеивании многогранника (существования) с данной разверткой: формулировка, примеры.
20. Теорема Александрова о существования выпуклого многогранника с данной разверткой: метод, лемма об отображении.
21. Теорема Александрова о существовании многогранника с данной разверткой: доказательство I.
22. Теорема Александрова о существовании многогранника с данной разверткой: доказательство II.
23. Группы симметрий многогранника Правильные многогранники. Вывод правильных 3-многогранников. Идея вывода правильных многогранников произвольной размерности.
24. Сумма Минковского выпуклых многогранников. Смешанный объем двух многогранников
25. Неравенство Брунна-Минковского.
26. Теорема Минковского о выпуклых многогранниках с заданными направлениями гиперграней (существование).
27. Теорема Минковского о выпуклых многогранниках с заданными направлениями граней (единственность).
28. Приложения теоремы Минковского.
29. Параллелоэдры (многогранники разбивающие пространство своими транслятами), теорема Минковского-Венкова о параллелоэдрах.
30. Вывод 3-параллелоэдров.
31. Множества Делоне, ассоциированные с ним разбиение Вороного и разбиение Делоне. Их дуальность.
32. Гипотеза Вороного для параллелоэлров. Обзор курса.
33. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**